

ANALISE DINAMICA DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO
VEICULAR.

NOME: MOACIR DA SILVA URBANO Nº 9160981

PROF. ORIENTADOR - PROF. LISBOA, José Carlos de Carvalho

1 - INTRODUÇÃO.

Na otimização ou execução de um projeto de -
suspensão veicular tem-se muitos parâmetros variáveis e si-
tuações a se analisar.

Para cada conjunto de exigências e restrições
têm-se uma ou um grupo reduzido de possíveis soluções estas
que podem diferir consideravelmente para conjuntos de exigên-
cias até próximas.

Assim sendo, no caso automobilístico, o proje-
tista deve, antes de maisnada, conhecer a fundo o que a fai-
xa de mercado, a que se destina o projeto, exige e tem prefe-
rência.

O objetivo deste trabalho é ser acadêmico, por-
tanto razoavelmente genérico dentro desta área e sobretudo -
propor um roteiro ou modelo de procedimentos e cálculos a se
rem adotados com um exemplo prático que pode ser adaptado a
uma grande variedade de situações.

Geralmente o que se pretende no projeto de um
sistema de suspensão veicular é:

- 1) Conseguir conforto
- 2) Segurança (estabilidade)

sendo que isto envolve diversas situações como por exemplo:

- trechos retos com ondulações
- curvas de raio grande com ondulações
- curvas de pequeno raio (trechos onde as oscilações natu

160304

rais e forçadas, são igualmente representativas).

- trechos com valetas, lombadas e buracos, etc...

Não podemos porém esquecer, que o sistema de suspensão do veículo, é apenas um dos fatores que contribuem seriamente na conquista dos objetivos pretendidos ou seja estabilidade e conforto. Outros fatores também são de fundamental importância, por exemplo:

- Aerodinâmica, fundamental fator de estabilidade e economia de combustível.
- Balanceamento e sustentação do motor, idem com referência à conforto e durabilidade.
- Balanceamento preciso das rodas, idem para conforto, estabilidade e durabilidade.
- Acionamento por tração trazeira ou dianteira, por exemplo, se o automóvel possui tração dianteira, quando o veículo escapa da trajetória pretendida, deve ser corrigido com reações humanas mais intuitivas ou naturais que técnicas, assim ele se torna mais fácil de ser manobrado por quem não é perito. Portanto este tipo de solução é também fundamental no aumento da segurança, a menos que o mercado alcançado seja de pessoas que dirigem com técnicas aprimoradas (ex.: carro esporte).
- Distribuição de massa do veículo, etc...

Portanto, ao se dimensionar um sistema de suspensão deve-se conhecer o grau de performance pretendido ou

que foi conseguido nos demais sistemas projetados a fim de se ter compatibilidade e aceitação tanto na fase de projeto como de produção sem ser demasiadamente rigoroso e dispendioso.

II - ROTEIRO DE PROCEDIMENTOS E CÁLCULOS

II.a)- Fazer um estudo sobre a performance pretendida analisando qual dos fatores tem maior importância.
ex.: veículo social ou familiar de porte médio neste caso, o conforto é fundamental e a segurança não, pois este tipo de veículo é projetado para operar em baixa velocidade.

ex.: veículo esportivo - neste outro caso, o projeto é para usuários geralmente jovens que pretendem ser bons "pilotos", logo o fator estabilidade é fundamental e o conforto não, pois o usuário exige segurança e conseguir ambos (seg. e conforto), torna o projeto muito difícil.

Note que o fator conforto não fica muito afetado pela distribuição de massa no veículo, enquanto que para estabilidade este fator é mais significativo.

II.b)- De acordo com o que foi decidido no item anterior, criar com bom senso (ou experiência prática) os modelos físicos que se tornem necessários à análise. (e que converjam para a solução ótima).

II.c)- Para cada modelo físico, estipular as análises ou simulações necessárias, ou seja, determinar as excitações que serão fornecidas à cada modelo e a - faixa de respostas aceitas.

II.d)- Criar os respectivos modelos matemáticos, ou seja: Equacionar cada modelo.

II.e)- Listar cada parâmetro conhecido, estimar os primeiros parâmetros a se determinar e fazer as simulações até convergir à determinação ótima destes parâmetros.

III - EXEMPLO

Nosso exemplo é a otimização de um projeto - hipotético, onde as simulações serão realizadas por intermédio do método de Runge Kutta para solução dos sistemas de equações diferenciais não lineares, no caso prático, poderia se enriquecer estas análises com o uso de computado-

res analógicos ou experiências físicas com protótipo ou modelo, porém nosso objetivo é ilustrar apenas o caso de simulações matemáticas.

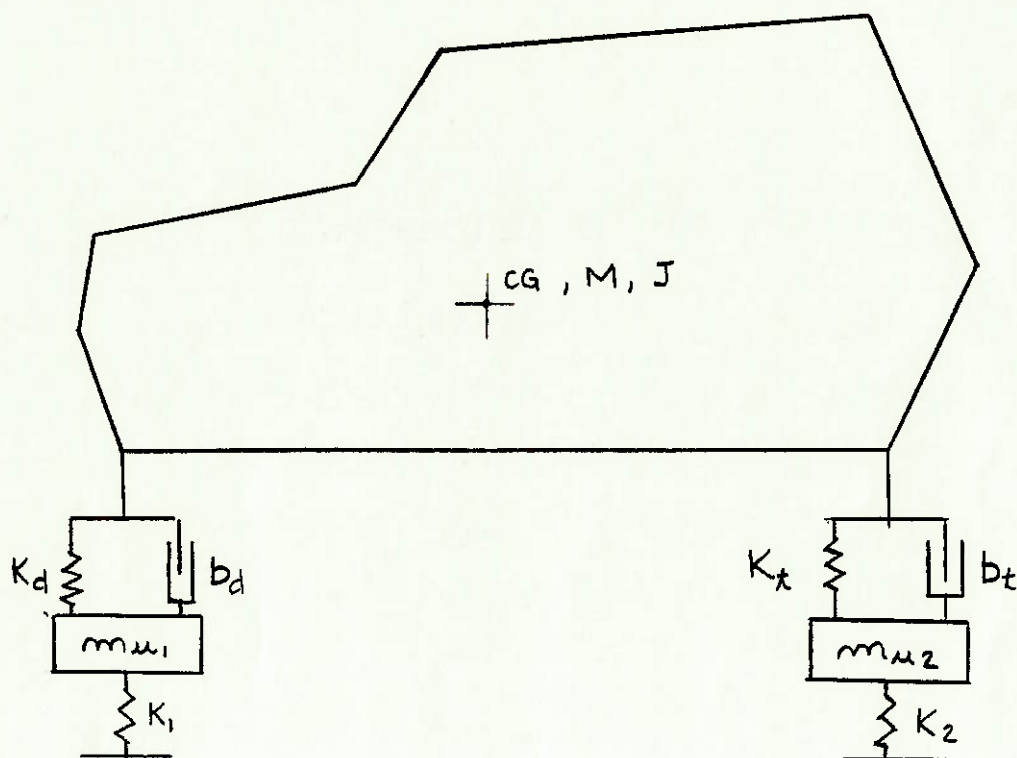
III.a)- Performance

No nosso exemplo hipotético, pretendemos uma - otimização do conforto e segurança para utilização do veículo dentro dos limites de velocidade estipulados por lei, e uso em rodovias e ruas pavimentadas.

Portanto nosso automóvel tem limitação de uso - em ruas não pavimentadas (tráfego lento)

III.b)- Modelagem Física

III.b.1) Modelo plano para estimativa dos primeiros parâmetros importantes.



- Parâmetros conhecidos: J - momento de inércia em relação à $Z_o \times oy$.
- M = massa do veículo (massa sustentada)
- CG = posição do centro de massa do veículo
- m_{u1} e m_{u2} = massa dos sistemas de rodas eixos e demais componentes mecânicos do sistema.

Obs:- admitimos que a relação $\frac{M}{(m_{u1} + m_{u2})}$ seja a maior relação possível, pois quanto maior for esta relação, - mais confortável será o veículo.

Como M é rigidamente determinado, otimizamos m_{u_1} e m_{u_2} de forma a serem o menor possível (Resistência de materiais e dimensão das rodas).

- Parâmetros a se determinar. (1ª estimativa)

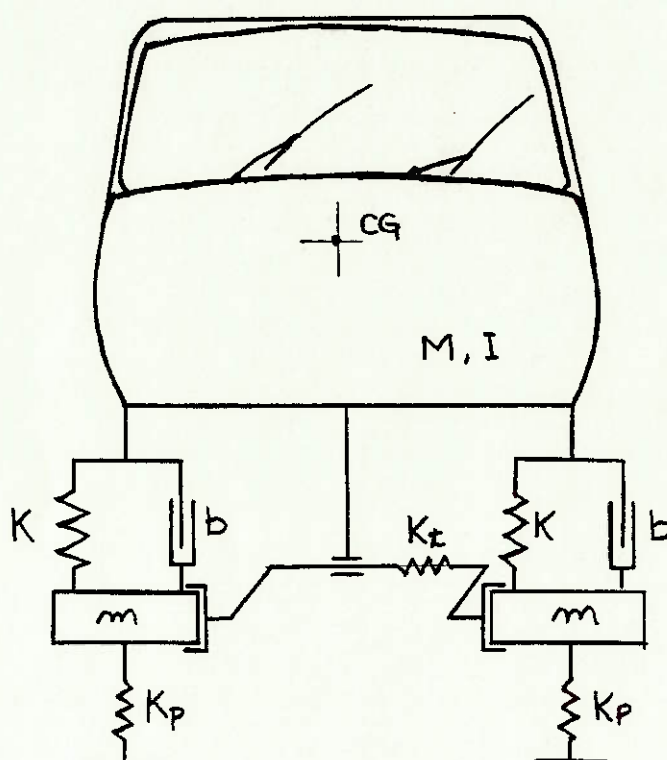
- K_d - mola dianteira (flexibilidade)
- K_t - mola da susp. trazeira
- b_d - amortecedor dianteiro (const.de amortecimento)
- K_1 - flexibilidade dos pneus dianteiros (pressão)
- K_2 - flexibilidade dos pneus trazeiros.

- Variáveis da análise (4 graus de liberdade)

- y_1 - desloc. da massa m_{u_1}
- y_2 - desloc. da massa m_{u_2}
- α - rotação plana de M
- y_d e y_t - deslocamentos impostos (excitação)

Portanto este modelo possui 4 graus de liberdade (y_1 , y_2 , y_{CG} e α).

III.b.2)- Modelo plano para determinação dos demais parâmetros.



Parâmetros conhecidos

M - massa sustentada

I - momento de inércia em relação à x

$m = m_{u1}$ do modelo anterior

$K = K_d$ do modelo anterior

$b = b_d$ do modelo anterior

CG = posição do centro de massa da massa sustentada

$K_p = K_1$ do modelo anterior.

A determinar

K_t (flex. da barra estabilizadora) (barra de torção)

Variáveis: (4 graus de liberdade)

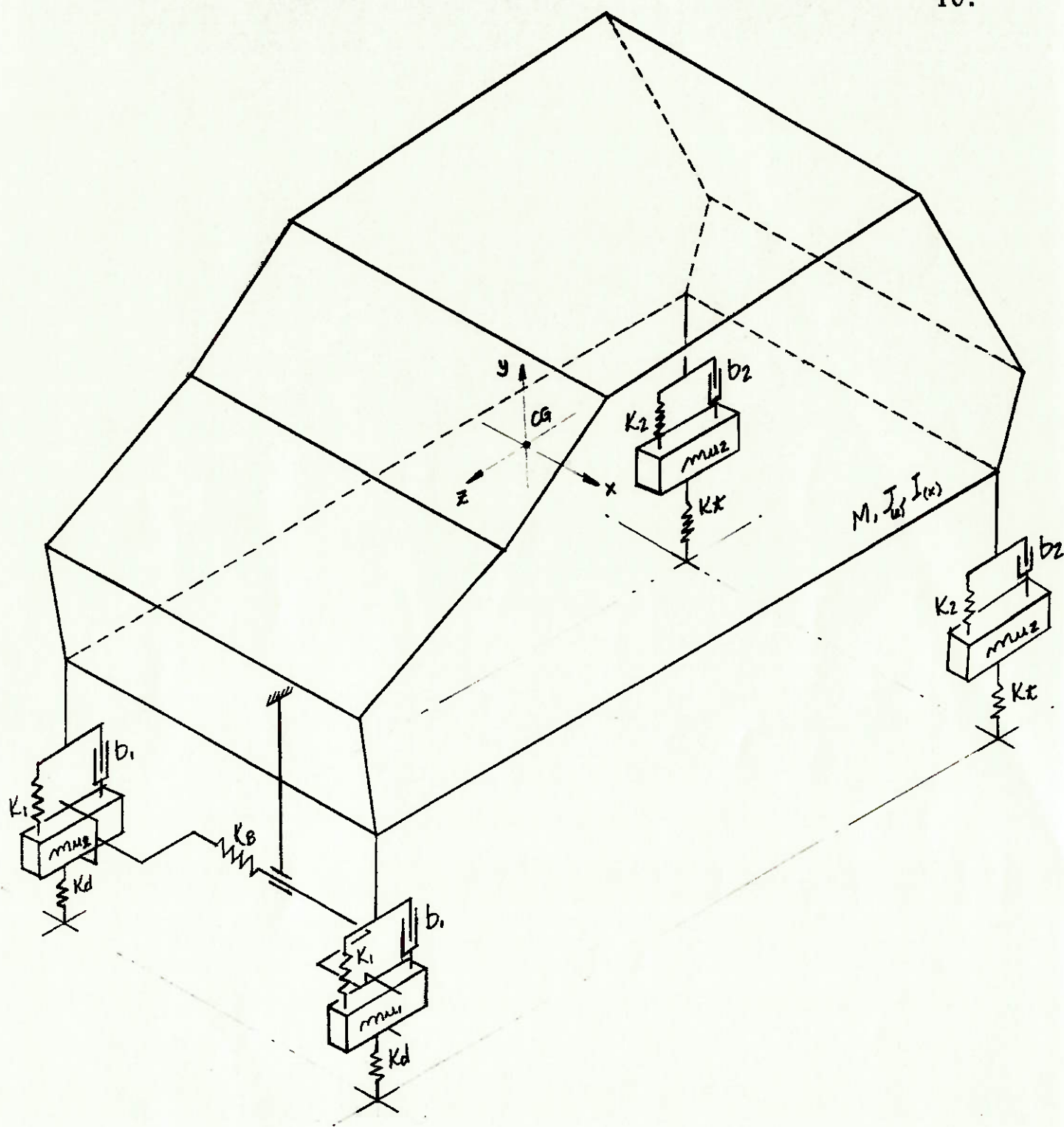
y_{CG} , y_1 , y_2 e α

y_e e y_d - deslocamentos impostos.

III.b.3) Modelo espacial para verificar dos deslocamentos de molas e amortecedores para poder detalhar o projeto, e também verificação da performance, este modelo é o que mais se aproxima da realidade, logo não é usado para estimativas pois sua simulação é trabalhosa e fica difícil estimar pelo bom senso estes parâmetros (difícil visualização da sensibilidade dos parâmetros).

Usando os dois primeiros modelos, fazemos as estimativas e neste modelo verificamos se os resultados são satisfatórios, até obtermos a convergência aos valores ótimos.

Portanto aqui já temos todos os parâmetros de terminados para a análise.



Parâmetros

$M, J(z), I(x), m_{u_1}, m_{u_2}, K_1, b_1, K_2, b_2, K_d, K_t$ e K_B .

Variáveis - (7 graus de liberdade)

$y_1, y_2, y_3, y_4, y_{CG}, \alpha$ e β

$y_{d_1}, y_{d_2}, y_{t_1}, y_{t_2}$ (deslocamentos impostos)

III.c)- Simulações

Determinação das simulações a serem feitas como trata-se de um exemplo hipotético, faremos um número limitado de simulações, com a intenção de se ter rápida convergência, simulações estas suficientes para ilustrar bem o problema. No caso de um projeto sério, esta etapa bem como a anterior (modelagem física) podem ser sofisticadas e adaptadas, de acordo com o grau de performance pretendidos.

III.c:1) 1º Modelo

A este modelo, para cada estimativa de parâmetros faremos as seguintes simulações:

1º) Determinação de ω_0 (freq. natural do sistema)

2º) $y_t = y_d = y_0 \sin \omega t$ (variando os ω para oscilações -

bem abaixo, bem acima e próximos de ω_0)

$$3^a) \quad y_t = y_0 \sin \omega t \quad (\text{ caso crítico } y_t \text{ e } y_d \text{ em oposição} \\ y_d = y_0 \sin (\omega t - \alpha) \quad \text{de fase:}$$

esta simulação terá 3 valores para ω e 3 valores para α (casos mais críticos da 2ª simulação)

III.c.2)- 2º Modelo

Para este modelo, faremos as seguintes simulações.

$$y_0 \quad p/t = 0 \quad \text{onde } y_0 \text{ é estimado e permanece constante nas análises.} \\ y_e = \quad 0 \quad p/t \neq 0$$

Faremos várias vezes, até que esteja estipulado o valor ótimo de K_t .

III.c.3)- Último Modelo

Aproveitando os casos críticos da 1ª análise - (três valores para), faremos as seguintes simulações:

$$(1^a) \quad y_{d1} = y_{d2} = y_{t1} = y_{t2} = y_0 \sin \omega t \quad (\text{total com 3 simulações})$$

$$2^a) \quad y_{d1} = y_{d2} = y_0 \sin \omega t \\ y_{t1} = y_{t2} = y_0 \sin (\omega t - \alpha) \quad \alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 90^\circ \text{ e } \alpha_3 = 180^\circ$$

Total 9 simulações (3 valores de α e 3 de ω)

$$3^a) \quad y_{d1} = y_{t1} = y_0 \sin \omega t$$

$$y_{d2} = y_{t2} = y_0 \sin(\omega t - \alpha) \quad (9 \text{ simulações, como na } 2^a \text{ caso})$$

Com isso esperamos ter conseguido uma boa simulação da performance do modelo e no caso de insatisfação, voltamos ao primeiro modelo, para reavaliar as novas estimativas dos parâmetros, até conseguir a perfeita convergência.

Tendo os valores K e b das molas, amortecedores e pneus, resta então partir para o dimensionamento mecânico destes elementos, uma vez que os deslocamentos são determinados na última análise, é preciso ter os dados sobre o mecanismo das suspensões e partir para o detalhamento.

III.d) Criação dos resp. modelos matemáticos

III.d.1) 1º Modelo

Método - (a) p/deslocamentos lineares, aplicamos o 2º princípio da mecânica clássica.

$$\sum \vec{R}_{ext} = m \ddot{x} \quad (1)$$

onde: $\sum \vec{R}_{ext}$ = soma das forças que atuam sobre "m"

m = massa do elemento considerado

$\ddot{x}$ = aceleração.

(b) p/deslocamentos angulares, aplicamos o Teorema do momento angular

$$\sum \vec{M}_{\text{ext}} = J \ddot{\alpha} \quad (11)$$

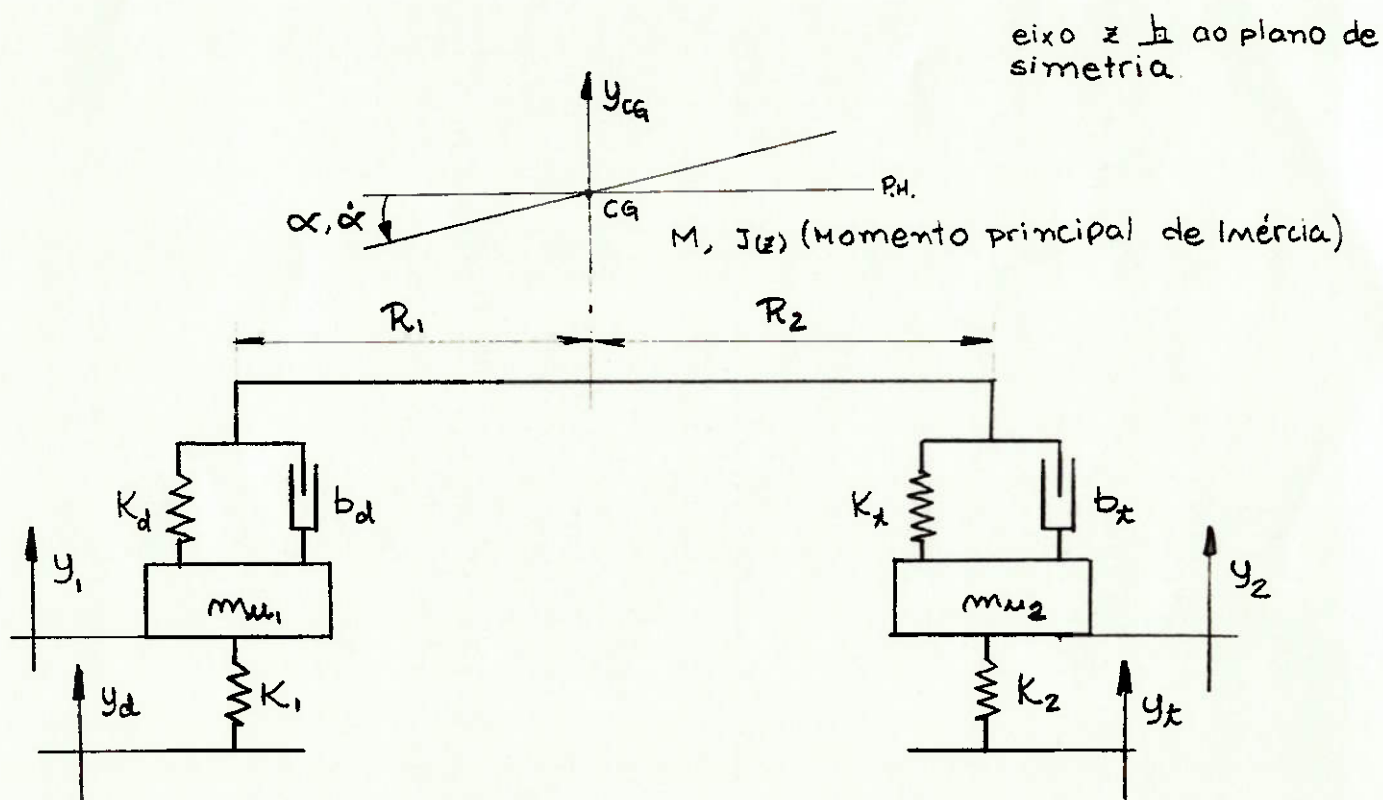
onde $\sum \vec{M}_{\text{ext}}$ = soma dos momentos sobre "P"

J = momento de inércia em relação ao eixo perpendicular ao plano da figura passando por P.

$\ddot{\alpha}$ = aceleração angular.

OBS: este é o critério adotado para todas as formulações matemáticas deste trabalho.

MOD.FÍSICO:



Aplicando o teorema (I) em m_{u_1} temos:

hipótese: do repouso, aplico y_d e y_t p/cima
 todos deslocamentos são positivos (+)
 o deslocamento α é positivo (hipótese)

neste caso temos:

$$y_d > y_1 \quad (K_1) \text{ mola comprimida}$$

$$y_1 < y_{CG} - R_1 \sin \alpha \quad (K_d) \text{ mola comprimida}$$

assim fica:

$$m_{u_1} \ddot{y}_1 = \text{força de inércia} = \Sigma F_{\text{molas}} + \Sigma F_{\text{amort.}}$$

$$\text{mola } K_1 + F_{k_1} = (y_1 - y_d)K_1 \quad (\text{p/cima } +)$$

$$\text{mola } K_d + F_{kd} = (y_1 - y_{CG} - R_1 \sin \alpha)K_d \quad (\text{para baixo } +)$$

amortecedor - velocidade de m_{u_1} positiva (ascendente)

Força p/baixo (+)

$$\therefore F_{b_d} = \left| \frac{d}{dt} (y_1 - y_{CG} - R_1 \sin \alpha) \right| b_d (\dot{y}_1 - \dot{y}_{CG} - R_1 \dot{\alpha} \cos \alpha) b_d$$

equação:

$$m_{u_1} \ddot{y}_1 = (-y_1 + y_d)K_1 - (y_1 - y_{CG} - R_1 \sin \alpha)K_d - (\dot{y}_1 - \dot{y}_{CG} - R_1 \dot{\alpha} \cos \alpha)b_d$$

ordenando segue:

$$m_{u_1} \ddot{y}_1 + (y_1 - y_{CG} + R_1 \sin \alpha)K_d + y_1 K_1 + (\dot{y}_1 - \dot{y}_{CG} + R_1 \dot{\alpha} \cos \alpha)b_d = y_d K_1 \quad (I)$$

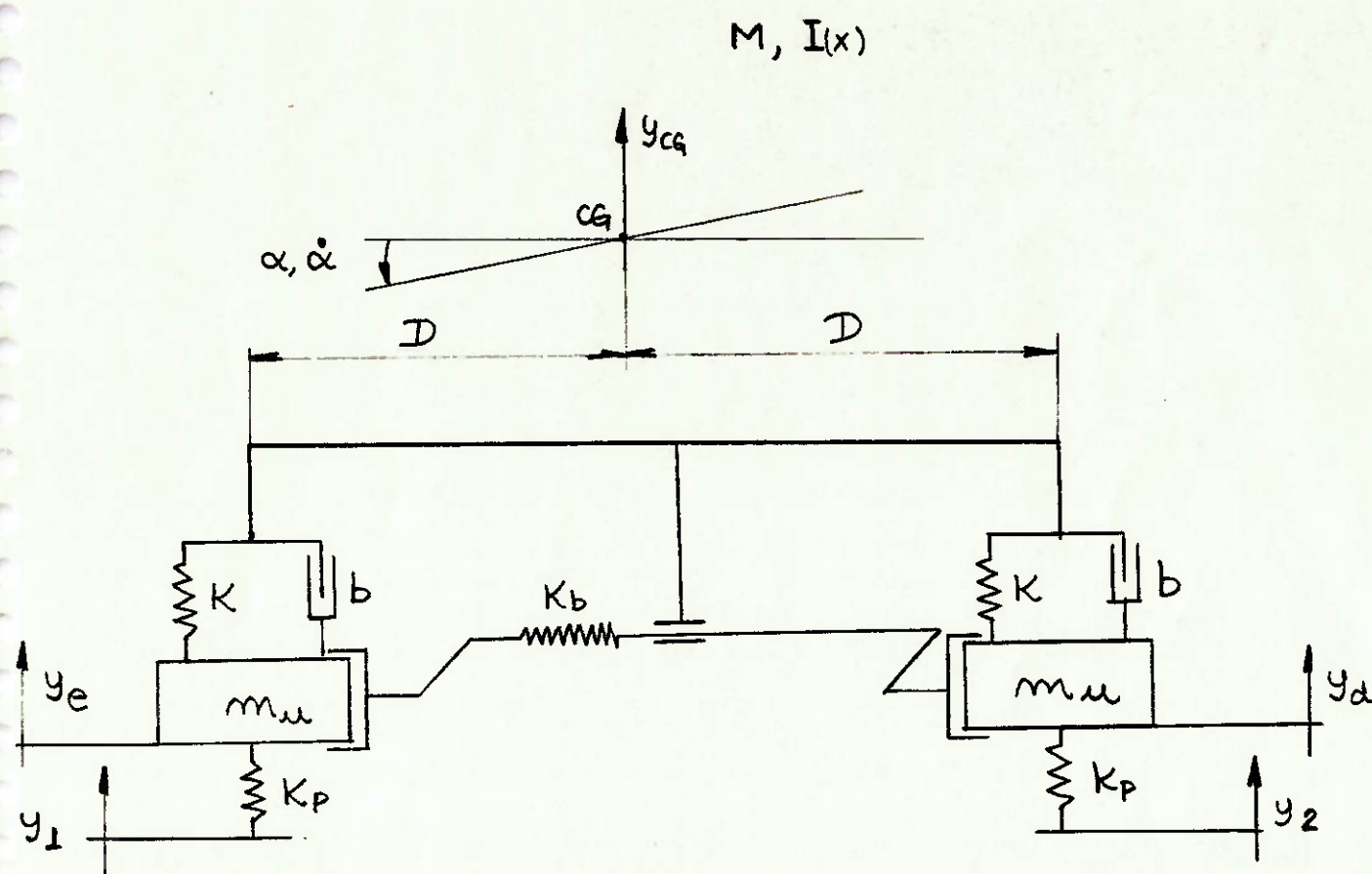
análogamente:

$$m_{u_2} \ddot{y}_2 + (y_2 - y_{CG} + R_2 \operatorname{sena}) K_t + y_2 K_2 + (\dot{y}_2 - \dot{y}_{CG} - R_2 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) b_t = y_t K_2 \quad (II)$$

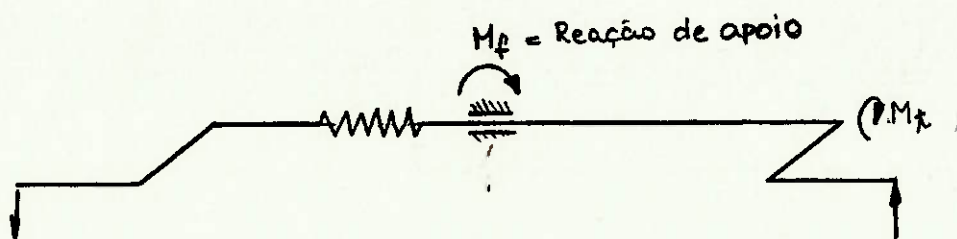
$$\begin{aligned} M \ddot{y}_{CG} - (y_1 - y_{CG} + R_1 \operatorname{sena}) K_d - (y_2 - y_{CG} - R_2 \operatorname{sena}) K_t - (\dot{y}_1 - \dot{y}_{CG} + R_1 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) b_d - \\ - (\dot{y}_2 - \dot{y}_{CG} - R_2 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) b_t = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M \ddot{y}_{CG} + (y_{CG} - y_1 - R_1 \operatorname{sena}) K_d + (y_{CG} - y_2 + R_2 \operatorname{sena}) K_t + \\ + (\dot{y}_{CG} - \dot{y}_1 - R_1 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) b_d + (\dot{y}_{CG} - \dot{y}_2 + R_2 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) b_t = 0 \quad (III) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J \ddot{\alpha} + R_1 K_d (y_{CG} - y_1 - R_1 \operatorname{sena}) + R_2 K_t (y_{CG} - y_2 + R_2 \operatorname{sena}) + \\ + R_1 b_t (\dot{y}_{CG} - \dot{y}_1 - R_1 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) + R_2 b_t (\dot{y}_{CG} - \dot{y}_2 + R_2 \dot{\alpha} \operatorname{cosa}) = 0 \quad (IV) \end{aligned}$$

III.d.2) Equações do 2º Modelo

Obs.: - A barra estabilizadora funciona com flexibilidade à torção.



$$F = (y_d - y_e) K_{\text{torção}}$$

$$Tg\alpha = \frac{y_d - y_e}{h} + K_d \alpha = \text{Torque}$$

No detalhamento do projeto, determinam-se as dimensões da barra, como no projeto de uma mola comum, ou seja, tendo K_B e o deslocamento $(y_d - y_e)$ crítico, determina-se o braço h e o diâmetro da barra.

Este tópico foge ao escopo do nosso trabalho, que se propõem a determinar $(y_d - y_e)$ crítico e K_B ótimo.

Equações:

(1) Dando um pulso y_1 o sistema reage da seguinte maneira com relação ao elemento m_μ (esquerda)

$(y_1 - y_e)K_p$ (Força p/cima que acelera m_μ)

$(y_e - y_d)K_B$ (Força p/baixo, que freia m_μ)

$(y_e - y_{CG} + D \text{ sen}\alpha)K$ (Força p/baixo)

$(\dot{y}_e - \dot{y}_{CG} + D\dot{\alpha} \text{ cos}\alpha)b$ (p/baixo) assim temos:

Equação (I):

$$m_{\mu} \ddot{y}_e + (y_e - y_d)K_B + (y_e - y_{CG} + D \operatorname{sen} \alpha)K + \\ + (\dot{y}_e - \dot{y}_{CG} + D\dot{\alpha} \cos \alpha)b = (\dot{y}_1 - \dot{y}_e)K_P$$

ou seja:

$$m_{\mu} \ddot{y}_e + (y_e - y_d)K_B + (y_e - y_{CG} + D \operatorname{sen} \alpha)K + \\ + (\dot{y}_e - \dot{y}_{CG} + D\dot{\alpha} \cos \alpha)b + y_e K_P = y_1 K_P$$

p/o lado oposto teremos:

a força que acelera o elemento m_{μ} (lado direito) é a proveniente da barra estabilizadora, assim temos: K , b , K_P , se opontod ao movimento enquanto K_B provoca o movimento, portanto resulta que:

Equação (II):

$$m_{\mu} \ddot{y}_d + b(\dot{y}_d - \dot{y}_{CG} - D\dot{\alpha} \cos \alpha) + K_P y_d + k(y_d - y_{CG} - D \operatorname{sen} \alpha) = \\ = (y_e - y_d)K_B \quad \text{ordenando.}$$

$$m_{\mu} \ddot{y}_d + b(\dot{y}_d - \dot{y}_{CG} - D\dot{\alpha} \cos \alpha) + K_P y_d + K(y_d - y_{CG} - D \operatorname{sen} \alpha) + \\ + (y_d - y_e)K_B = 0$$

p/o movimento do CG teremos:

$$M \ddot{y}_{CG} + b(\dot{y}_{CG} - \dot{y}_d + D\dot{\alpha} \cos \alpha + \dot{y}_{CG} - \dot{y}_e - D\dot{\alpha} \cos \alpha) + \\ + K(y_{CG} - y_d + D \sin \alpha + y_{CG} - y_e - D \sin \alpha) = 0$$

Resulta em:

$$M \ddot{y}_{CG} + b(2\dot{y}_{CG} - \dot{y}_d - \dot{y}_e) + K(2y_{CG} - y_d - y_e) = 0$$

finalmente para o movimento rotacional teremos:

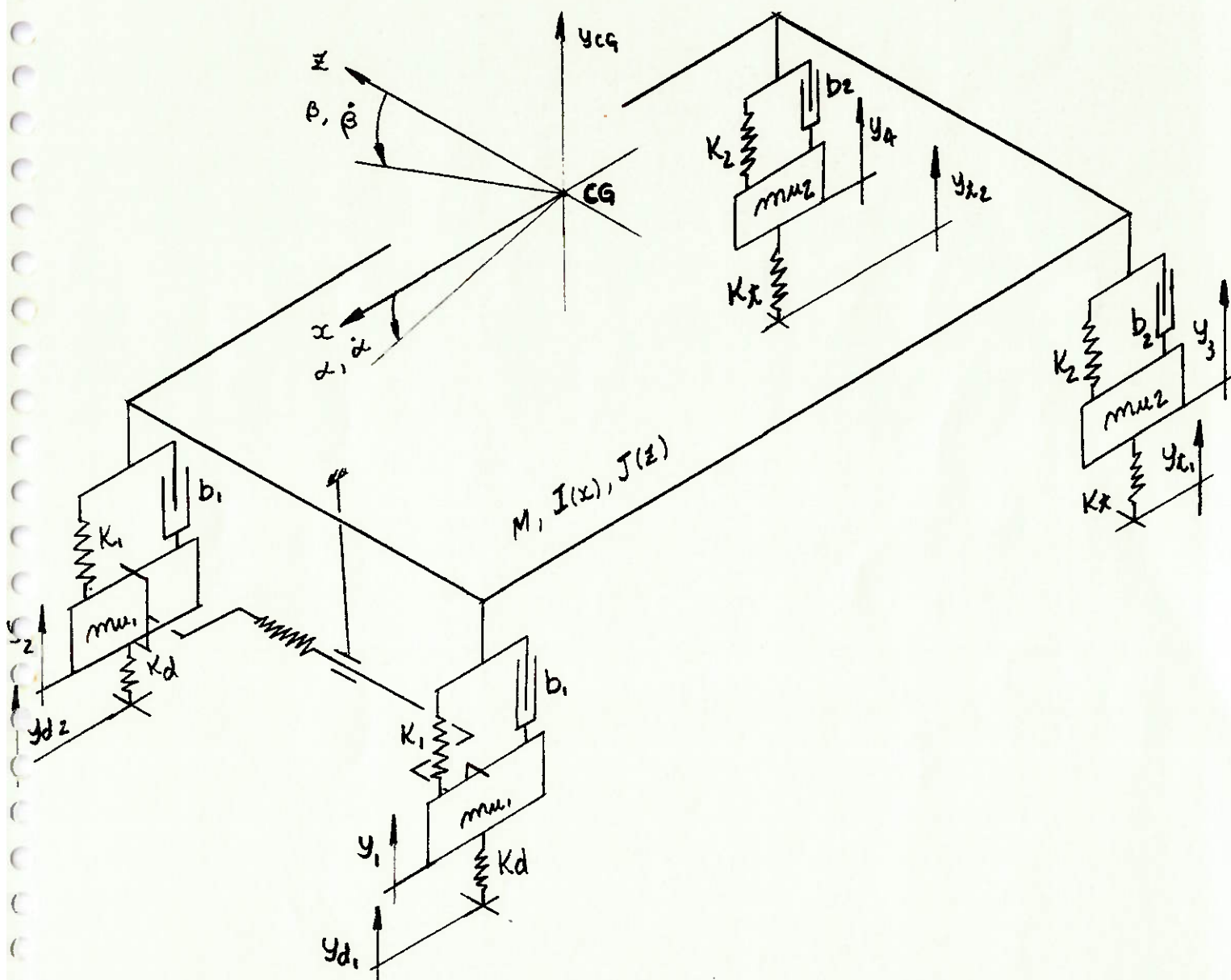
As forças provenientes da mola e amortecedor do lado esquerdo aceleram o movimento de rotação no sentido horário e os elementos da direita se opõem a este movimento resultando em:

Equação (IV):

$$J \ddot{\alpha} + Db(\dot{y}_{CG} - \dot{y}_d - D\dot{\alpha} \cos \alpha) - Db(\dot{y}_{CG} - \dot{y}_e + D\dot{\alpha} \cos \alpha) + \dots = 0$$

Portanto:

$$J \ddot{\alpha} + Db(\dot{y}_e - \dot{y}_d - 2D\dot{\alpha} \cos \alpha) + DK(y_e - y_d - 2D \sin \alpha) = 0$$

III.d.3) Modelo Espacial

A partir do repouso, movimentando y_{d1} , y_{d2} , y_{t1} e y_{t2} todos para cima (por exemplo), raciocina-se de maneira análoga aos modelos anteriores e obtém-se os seguintes resultados:

Equação (I) obtida para a aceleração $\ddot{y}_1$

$$m_{\mu_1} \ddot{y}_1 + (y_1 - y_{d1})K_d + (y_1 - y_2)K_B + (y_1 - y_{CG} - R \sin\beta - D \sin\alpha)K_1 + (\dot{y}_1 - \dot{y}_{CG} - R\dot{\beta}\cos\beta - D\dot{\alpha}\cos\alpha)b_1 = 0$$

Equação (II) obtida p/ $\ddot{y}_2$:

$$m_{\mu_1} \ddot{y}_2 + (y_2 - y_{d2})K_d + (y_2 - y_1)K_B + (y_2 - y_{CG} - R \sin\beta + D \sin\alpha)K_1 + (\dot{y}_2 - \dot{y}_{CG} - R\dot{\beta}\cos\beta + D\dot{\alpha}\cos\alpha) = 0$$

Equação (III) obtida p/ $\ddot{y}_3$

$$m_{\mu_2} \ddot{y}_3 + (y_3 - y_{t1})K_t + (y_3 - y_{CG} + R \sin\beta - D \sin\alpha)K_2 + (\dot{y}_3 - \dot{y}_{CG} + R\dot{\beta}\cos\beta - D\dot{\alpha}\cos\alpha) = 0$$

Equação (IV) obtida p/ $\ddot{y}_4$

$$m_{\mu_2} \ddot{y}_4 + (y_4 - y_{t2})K_t + (y_4 - y_{CG} + R \sin\beta + D \sin\alpha)K_2 + (\dot{y}_4 - \dot{y}_{CG} + R\dot{\beta}\cos\beta + D\dot{\alpha}\cos\alpha) = 0$$

Equação (V) obtida p/ $\ddot{y}_{CG}$

$$M \ddot{y}_{CG} + b_1(2\dot{y}_{CG} - \dot{y}_1 - \dot{y}_2 + 2R\dot{\beta}\cos\beta) + b_2(2\dot{y}_{CG} - \dot{y}_3 - \dot{y}_4 - 2R\dot{\beta}\cos\beta) + K_1(2y_{CG} - y_1 - y_2 + 2R \sin\beta) + K_2(2y_{CG} - y_3 - y_4 - 2R \sin\beta) = 0$$

Equação (VI) obtida p/a aceleração angular $\ddot{\beta}$

$$I \ddot{\beta} + Rb_1(2\dot{y}_{CG} - \dot{y}_1 - \dot{y}_2 + 2R\dot{\beta} \cos\beta) - Rb_2(2\dot{y}_{CG} - \dot{y}_3 - \dot{y}_4 - 2R\dot{\beta} \cos\beta) + \\ + RK_1(2y_{CG} - y_1 - y_2 + 2R \sin\beta) - RK_2(2y_{CG} - y_3 - y_4 - 2R \sin\beta) = 0^{(1)}$$

Equação (VII) obtida p/ $\ddot{\alpha}$

$$J\ddot{\alpha} + Db_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1 + 2D\dot{\alpha} \cos\alpha) + Db_2(\dot{y}_4 - \dot{y}_3 + 2D\dot{\alpha} \cos\alpha) + \\ + DK_1(y_2 - y_1 + 2D \sin\alpha) + DK_2(y_4 - y_3 + 2D \sin\alpha) = 0^{(2)}$$

IV. APLICAÇÃO PRÁTICA DO MODELO DESENVOLVIDO NO EXEMPLO.

Como já foi mencionado nos parágrafos anteriores as simulações podem ser feitas de várias maneiras, sendo que optamos neste trabalho pela integração das equações obtidas - através do uso de um micro computador digital, utilizando o método de Runge-Kutta.

O uso deste método segue uma prévia manipulação das equações diferenciais de segunda ordem, para reduzir por exemplo um sistema de quatro equações de segunda ordem para um de oito de primeira. A solução será os valores das quatro funções procuradas e das suas derivadas primeiras (deslocamentos e velocidades).

IV.1)- Manipulação das Equações

a) Redução do sistema do 1º Modelo

Equações:

$$(1) \dot{y}_1 = z_1$$

$$(2) \dot{y}_2 = z_2$$

$$(3) \dot{y}_{CG} = z_{CG}$$

$$(4) \dot{\alpha} = \theta$$

$$(5) \dot{z}_1 = \frac{K_d}{m_{\mu_1}} (y_{CG} - R_1 \operatorname{sena} - y_1) - \frac{K_1}{m_{\mu_1}} y_1 + \frac{K_1}{m_{\mu_1}} y_d + \\ + (z_{CG} - R_1 \theta \operatorname{cosa} - z_1) \frac{b_d}{m_{\mu_1}}$$

$$(6) \dot{z}_2 = \frac{K_t}{m_{\mu_2}} (y_{CG} + R_2 \operatorname{sena} - y_2) + \frac{K_2}{m_{\mu_2}} (y_1 - y_2) + \\ + (z_{CG} + R_2 \theta \operatorname{cosa} - z_2) \frac{b_t}{m_{\mu_2}}$$

$$(7) \dot{z}_{CG} = \frac{K_d}{M} (y_1 - y_{CG} + R_1 \operatorname{sena}) + \frac{K_t}{M} (y_2 - y_{CG} - R_2 \operatorname{sena}) + \\ + (z_1 - z_{CG} + R_1 \theta \operatorname{cosa}) \frac{b_d}{M} + (z_2 - z_{CG} - R_2 \theta \operatorname{cosa}) \frac{b_t}{M}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \quad \ddot{\theta} = & \frac{R_1 K_d}{J} (y_1 - y_{CG} + R_1 \sin \alpha) + \frac{R_2 K_t}{J} (y_2 - y_{CG} - R_2 \sin \alpha) + \\
 & + \frac{R_1 b_t}{J} (Z_1 - Z_{CG} + R_1 \theta \cos \alpha) + \frac{R_2 b_t}{J} (Z_2 - Z_{CG} - R_2 \theta \cos \alpha)
 \end{aligned}$$

IV.2- Condições Iniciais (O sistema parte da condição de equilíbrio).

Mote que na condição de equilíbrio, as molas es tão sustentando todo o peso do sistema e esta condição para nós foi considerada inicial, assim as cargas residuais às molas devido ao peso, são desconsideradas no equacionamento pois estão em equilíbrio. Esta condição continua válida para qualquer posição do sistema pois as forças que movimentam o sistema na realidade as resultantes compostas com os pesos, bastando no final, ou seja na hora de detalhar o projeto, acrescentar os pesos para fazer o dimensionamento mecânico das molas e demais componentes.

IV.3- Determinação da frequência natural.

Nesta primeira etapa as condições iniciais adotadas serão:

p/ $t = 0$ (tempo inicial), deslocamos o sistema todo da posi-

ção de equilíbrio, calculando estativamente os deslocamentos das massas m_μ e admitimos que nesta condição o sistema es tá em repouso.

Na análise adotamos $y_d = y_t = 0$ e a resposta y_{CG} e $\dot{y}_{CG}$ darão as características naturais do sistema

Assim o termo $\frac{K_1}{m_{\mu_1}} y_d$ da equação (V) se anula juntamente com o termo $K_2/m_{\mu_2} y_t$ da equação (6)

As condições de contorno se reduzirão a:

$$y_1(t=0) = y_{o_1} \neq 0 \quad (\text{calculada manualmente})$$

$$y_{o_2} \neq 0 \quad (\text{calculada manualmente})$$

$$y_{o_{CG}} \neq 0 \quad (\text{adotado})$$

$$\alpha_o = 0$$

$$z_{o_1} = 0$$

$$z_{o_2} = 0$$

$$z_{o_{CG}} = 0$$

$$\theta_o = 0$$

Note que os valores estimados de K_t , K_d , K_1 , K_2 , b_1 e b_2 , devem produzir uma frequência natural baixa e amortecimento quase crítico, em função do melhor conforto, fazemos diversas vezes esta simulação inicial para continuar os trabalhos. Estas condições também devem satisfazer o menor movimento de oscilação angular possível, para o qual deve-se ter $K_1 \neq K_2$ e $b_1 \neq b_2$ em função da posição do centro de massa. Mesmo que p/tal a condição inicial $\alpha_o = 0$ seja alterado

Precisão requerida (ϵ) ; $\epsilon = 0,001$

incremento (h); inicialmente $h = 0,001$ em 100 simulações

IV.4- Condições de contorno (p/análise forçada)

$$y_1(t = 0) = y_{o1} = 0$$

$$y_2(t = 0) = y_{o2} = 0$$

$$y_{CG}(t = 0) = y_{oCG} = 0$$

$$\alpha(t = 0) = \alpha_o = 0$$

$$Z_{o1} = 0$$

$$Z_{o2} = 0$$

$$Z_{oCG} = 0$$

$$\theta_o = 0$$

IV.5- Funções conhecidas

P/a primeira simulação:

$$y_d = y_o \text{ sen } \omega_o t$$

$$y_t = y_o \text{ sen } \omega_o t$$

onde t = tempo (variável)

ω_0 = frequência adotada p/a simulação

y_0 = amplitude adotada p/a simulação

portanto na condição inicial, que será calculada pelo computador deveremos ter $y_{d_0} = y_{t_0} = 0$.

IV.6)- Incremento adotado e precisão requerida.

Tempo incremental adotado (h)

precisão adotada (ϵ)

$$\epsilon = 0,001$$

O valor de h deve ser estimado em função de ω_0 , frequência natural, da seguinte maneira:

p/o período completo de 1 ou 2 ciclos, divide-se este período (T) por 100 para que seja feita uma boa análise em 100 incrementações.

Sabemos que:

$$\omega = 2\pi f$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad \text{e portanto}$$

$$h = \frac{\pi}{50 \omega_0}$$

```
200 REM SISTEMA DE EQUACOES DIFERENCIAIS
910 DS = CHR$(4):IS = CHR$(9)
920 PRINT DS;"PR#1"
930 PRINT IS;"75N"
940 LIST
950 REM
1000 REM PROGRAMA PRINCIPAL
1010 PRINT "NUMERO DE EQUACOES ?"
1020 INPUT N
1030 N = N - 1
1040 DIM Y(N + 1),DERY(N + 1)
1050 PRINT "TEMPO INICIAL ?"
1060 INPUT X
1065 PRINT "TEMPO FINAL ?"
1070 INPUT XLAST
1071 PRINT "DE AS CONDICAOES DE CONTORNO DE POSICAO"
1072 PRINT "EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE"
1075 FOR I = 0 TO N
1080 INPUT Y(I)
1090 PRINT "Y(;"I;")=";Y(I)
1100 NEXT I
1110 PRINT "PASO ADOADO P/ O TEMPO ?"
1120 INPUT H
1130 PRINT "PRECISAO ?"
1140 INPUT EPS
1150 :
1160 PRINT "-----"
1170 PRINT "-----"
1180 GOSUB 3000
1200 PRINT "-----"
1210 END
1220 :
1230 :
3000 REM *****
3730 DIM A(5),B(5),C(5)
3740 DIM Q(N),YY(3,N),DD(3,N),QQ(3,N)
3750 A(1) = .5:A(4) = 1 / 6
3760 A(3) = 1 + SQR (.5)
3770 A(2) = 1 - SQR (.5)
3780 B(1) = 2:B(2) = 1.
3790 B(3) = 1:B(4) = 2.
3800 C(1) = .5:C(2) = A(2)
3810 C(3) = A(3):C(4) = .5
3820 HMAX = H
3830 FOR I = 0 TO N
3840 Q(I) = 0.
3850 YY(0,I) = Y(I)
3860 QQ(0,I) = Q(I)
3870 NEXT I
3880 GOSUB 5000: GOSUB 6000
3890 :
3900 REM
3910 K = 0
3920 GOSUB 4800
3930 :
3960 K = 1
3970 FOR I = 0 TO N
3980 YY(K,I) = Y(I)
3990 DD(K,I) = DERY(I)
4000 QQ(K,I) = Q(I)
4010 NEXT I
4020 :
4040 GOSUB 4800
4050 :
```

```

4080 K = 2
4090 FOR I = 0 TO N
4100 YY(K,I) = Y(I)
4110 DD(K,I) = DERY(I)
4120 QQ(K,I) = Q(I)
4130 Y(I) = YY(0,I)
4140 Q(I) = QQ(0,I)
4150 NEXT I
4160 :
4190 X = X - 2 * H
4200 H = H + H
4210 GOSUB 4800
4220 :
4250 X = X - H:SUM = 0:H = H / 2
4260 FOR I = 0 TO N
4270 SUM = SUM + ABS (Y(I) - YY(2,I)) / (N + 1)
4280 NEXT I
4290 :
4320 IF SUM / 15 > EPS THEN GOTO 4560
4330 :
4370 FOR J = 1 TO 2
4380 FOR I = 0 TO N
4390 Y(I) = YY(J,I)
4400 DERY(I) = DD(J,I)
4410 NEXT I
4420 X = X + H
4430 GOSUB 5000
4440 NEXT J
4450 :
4470 IF X > = XLAST THEN RETURN
4480 :
4520 IF SUM / 15 > EPS / 50 THEN GOTO 4650
4530 H = H * 2
4540 IF H > HMAX THEN H = HMAX
4550 GOTO 4650
4560 :
4580 H = H / 2
4590 FOR I = 0 TO N
4600 Y(I) = YY(0,I)
4610 Q(I) = QQ(0,I)
4620 NEXT I
4630 GOTO 3910
4640 :
4650 REM
4670 FOR I = 0 TO N
4680 YY(0,I) = YY(2,I)
4690 QQ(0,I) = QQ(2,I)
4700 Y(I) = YY(0,I)
4710 Q(I) = QQ(0,I)
4720 NEXT I
4730 :
4770 IF X + 2 * H > XLAST THEN H = (XLAST - X) / 2
4780 GOTO 3910
4790 :
4800 REM *****
4850 :
4860 FOR J = 1 TO 4
4870 FOR I = 0 TO N
4880 GOSUB 5000
4890 NEXT I
4900 FOR I = 0 TO N
4910 Y(I) = Y(I) + (A(J) * (H * DERY(I) - B(J) * Q(I)))
4920 Q(I) = Q(I) + 3 * (A(J) * (H * DERY(I) - B(J) * Q(I))) - C(J) *
H * DERY(I)
4930 NEXT I
4940 IF J = 1 OR J = 3 THEN X = X + .5 * H

```

```

4950 NEXT J
4960 RETURN
4970 :
4980 :
5000 REM *****
5010 REM ESTA SUBROTINA CALCULA
5020 REM O VALOR NUMERICO
5030 REM DAS EQUACOES
5060 MT = 102:JZ = 240000
5070 M1 = 6:M2 = 5.6
5080 R1 = 140:R2 = 160
5085 K1 = 300:K2 = 262.5
5090 KD = 22:KT = 19.25
5100 BD = 40:BT = 35
5110 DERY(0) = Y(1)
5120 YD = 0:YT = 0
5140 DERY(0) = Y(4)
5150 DERY(1) = Y(5)
5160 DERY(2) = Y(6)
5170 DERY(3) = Y(7)
5180 DERY(4) = (Y(1) - Y(0) + R1 * SIN (Y(3))) * KD / MT + (Y(2) -
Y(0) - R2 * SIN (Y(3))) * KT / MT + (Y(5) - Y(4) + R1 * Y(7) *
COS (Y(3))) * BD / MT + (Y(6) - Y(4) - R2 * Y(7) * COS (Y(3)
)) * BT / MT
5190 DERY(5) = (Y(0) - Y(1) - R1 * SIN (Y(3))) * KD / M1 + (YD - Y
(1)) * K1 / M1 + (Y(4) - Y(5) - R1 * Y(7) * COS (Y(3))) * BD /
M1
5200 DERY(6) = (Y(0) - Y(2) + R2 * SIN (Y(3))) * KT / M2 + (YT - Y
(1)) * K2 / M2 + (Y(4) - Y(6) + R2 * Y(7) * COS (Y(3))) * BT /
M2
5210 DERY(7) = (Y(1) - Y(0) + R1 * SIN (Y(3))) * R1 * KD / JZ + (Y
(2) - Y(0) - R2 * SIN (Y(3))) * R2 * KT / JZ + (Y(5) - Y(4) +
R1 * Y(7) * COS (Y(3))) * R1 * BD / JZ + (Y(6) - Y(4) - R2 *
Y(7) * COS (Y(3))) * R2 * BT / JZ
5220 RETURN
5230 :
6000 REM ESTA SUBROTINA
6010 REM IMPRIME OS RESULTADOS
6020 REM *****
6025 PRINT "TEMPO=";X
6030 PRINT "YCG=";Y(0)
6040 PRINT "Y'CG=";Y(4)
6050 PRINT "Y1=";Y(1)
6060 PRINT "Y'1=";Y(5)
6065 PRINT "Y2=";Y(2)
6070 PRINT "Y'2=";Y(6)
6080 PRINT "ALFA=";Y(3)
6090 PRINT "TETA=";Y(7)
6100 RETURN
6110 PRINT D$;"PR#0"
6120 END
NUMERO DE EQUACOES ?
78
TEMPO INICIAL ?
70
TEMPO FINAL ?
73
DE AS CONDICAOES DE CONTORNO DE POSICAO
EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE
710
Y(0)=10
7.6832
Y(1)=.6832
7.6832
Y(2)=.6832
70

```

Y(3)=0

?0

Y(4)=0

?0

Y(5)=0

?0

Y(6)=0

?0

Y(7)=0

PASSO ADOTADO P/ O TEMPO ?

?.05

PRECISAO ?

?.05

TEMPO=0

YCG=10

Y'CG=0

Y1=.6832

Y'1=0

Y2=.6832

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=9.99534458

Y'CG=-.183184932

Y1=.686747669

Y'1=.217311666

Y2=.678198468

Y'2=-.296256843

ALFA=-2.93344604E-04

TETA=-.0116286293

TEMPO=.1

YCG=9.98156569

Y'CG=-.365349331

Y1=.710233199

Y'1=.753765277

Y2=.645482235

Y'2=-1.08709832

ALFA=-1.15426938E-03

TETA=-.0227410589

TEMPO=.15

YCG=9.95884567

Y'CG=-.543470054

Y1=.765024454

Y'1=1.45465189

Y2=.562814005

Y'2=-2.28392424

ALFA=-2.56287329E-03

TETA=-.0335843706

TEMPO=.2

YCG=9.92717833

Y'CG=-.724144642

Y1=.856394185

Y'1=2.2005579

Y2=.411015275

Y'2=-3.84849495

ALFA=-4.51359301E-03

TETA=-.0444877354

TEMPO=.25

YCG=9.88628872

Y'CG=-.91347565

Y1=.984479798

Y'1=2.91395145

Y2=.172010333

Y'2=-5.77225213
ALFA=-7.91934776E-03
TETA=-.0558586831
TEMPO=.3
YCG=7.83556823
Y'CG=-1.11862439
Y1=1.14659111
Y'1=3.55867948
Y2=-.172330133
Y'2=-8.06442401
ALFA=-.9101148797
TETA=-.0681578568
TEMPO=.350000001
YCG=9.77403484
Y'CG=-1.34728513
Y1=1.3391477
Y'1=4.13898034
Y2=-.640907279
Y'2=-12.7459731
ALFA=-.913056646
TETA=-.0818685474
TEMPO=.400000001
YCG=7.70031795
Y'CG=-1.50724739
Y1=1.55922594
Y'1=4.66520719
Y2=-1.25391034
Y'2=-13.2472653
ALFA=-.0133332893
TETA=-.0974716486
TEMPO=.450000001
YCG=9.61236102
Y'CG=-1.90613686
Y1=1.80560978
Y'1=5.17871253
Y2=-2.03327664
Y'2=-17.4079381
ALFA=-.0236451177
TETA=-.115431644
TEMPO=.5
YCG=9.50893178
Y'CG=-2.25136248
Y1=2.07934235
Y'1=5.76710802
Y2=-3.00317713
Y'2=-21.477905
ALFA=-.0299231988
TETA=-.136195201
TEMPO=.55
YCG=9.38663045
Y'CG=-2.6502516
Y1=2.38385347
Y'1=6.43218235
Y2=-4.19056537
Y'2=-26.1188033
ALFA=-.037318676
TETA=-.160201113
TEMPO=.6
YCG=9.24288734
Y'CG=-3.11032832
Y1=2.72478265
Y'1=7.23000252
Y2=-5.62580115
Y'2=-31.4054772
ALFA=-.0460048074
TETA=-.187898695

TEMPO=.35
YCG=9.0744441
Y'CG=-3.63937988
Y1=3.10963137
Y'1=8.19382379
Y2=-7.34334473
Y'2=-37.427301
ALFA=-.0561730633
TETA=-.219771218
TEMPO=.7
YCG=8.87761551
Y'CG=-4.24733927
Y1=3.54736671
Y'1=9.34916433
Y2=-9.35251173
Y'2=-44.2892822
ALFA=-.0680004333
TETA=-.256361133
TEMPO=.75
YCG=8.64812125
Y'CG=-4.94278301
Y1=4.01800937
Y'1=10.1133854
Y2=-11.786278
Y'2=-52.1129534
ALFA=-.0815051968
TETA=-.298294836
TEMPO=.8
YCG=8.3813586
Y'CG=-5.74109862
Y1=4.52268226
Y'1=12.3079972
Y2=-14.512124
Y'2=-61.0070591
ALFA=-.0979910513
TETA=-.346305093
TEMPO=.849999999
YCG=8.07220611
Y'CG=-6.65351261
Y1=5.28297539
Y'1=14.1409333
Y2=-17.9129074
Y'2=-71.217984
ALFA=-.11664903
TETA=-.401251351
TEMPO=.899999999
YCG=7.71401629
Y'CG=-7.69757638
Y1=6.0410127
Y'1=16.2281359
Y2=-21.7577474
Y'2=-82.829741
ALFA=-.138248307
TETA=-.464137547
TEMPO=.949999999
YCG=7.29993879
Y'CG=-8.89244601
Y1=6.91016524
Y'1=18.5838953
Y2=-26.2228899
Y'2=-96.0631494
ALFA=-.163214299
TETA=-.536128613
TEMPO=.999999999
YCG=6.82189568
Y'CG=-10.2601192

Y1=7.90410268
Y'1=21.2214452
Y2=-31.3944996
Y'2=-111.123555
ALFA=-.192005027
TETA=-.518566477
TEMP0=1.05
YCG=6.27063841
Y'CG=-11.6256599
Y1=9.03715927
Y'1=24.1492889
Y2=-37.3692796
Y'2=-128.226056
ALFA=-.22537037
TETA=-.712966339
TEMP0=1.1
YCG=5.88556419
Y'CG=-13.6176033
Y1=10.3206457
Y'1=27.364346
Y2=-44.2547398
Y'2=-147.536642
ALFA=-.26306213
TETA=-.821133487
TEMP0=1.15
YCG=4.96459804
Y'CG=-15.6671246
Y1=11.7700054
Y'1=30.2424537
Y2=-52.166972
Y'2=-169.40686
ALFA=-.307840058
TETA=-.94498011
TEMP0=1.2
YCG=4.04396851
Y'CG=-18.0101123
Y1=13.4114918
Y'1=34.5200903
Y2=-61.2392491
Y'2=-193.848677
ALFA=-.358353387
TETA=-1.08674033
TEMP0=1.25
YCG=3.09805784
Y'CG=-20.6850857
Y1=15.23141
Y'1=38.2728204
Y2=-71.599115
Y'2=-220.994168
ALFA=-.416658415
TETA=-1.24888012
TEMP0=1.3
YCG=1.9892339
Y'CG=-23.7338033
Y1=17.236519
Y'1=41.879732
Y2=-83.3830585
Y'2=-250.78382
ALFA=-.483631023
TETA=-1.43411614
TEMP0=1.34999999
YCG=.717717492
Y'CG=-27.2001804
Y1=19.4111127
Y'1=44.9746389
Y2=-96.7171802

Y'2=-362.923521
 ALFA=-.560503311
 TETA=-1.66337413
 TEMPO=1.39999999
 YCG=-.78848766
 Y'CG=-31.128612
 Y1=21.7161789
 Y'1=46.9782739
 Y2=-111.704303
 Y'2=-316.749088
 ALFA=-.648656321
 TETA=-1.83833351
 TEMPO=1.44999999
 YCG=-2.40355278
 Y'CG=-35.5610735
 Y1=14.0765924
 Y'1=47.003290
 Y2=-123.400952
 Y'2=-351.385004
 ALFA=-.74962168
 TETA=-2.17860369
 TEMPO=1.49999999
 YCG=-4.30337471
 Y'CG=-40.6324338
 Y1=26.5632664
 Y'1=47.7686166
 Y2=-146.783167
 Y'2=-382.730859
 ALFA=-.868186722
 TETA=-2.46673744
 TEMPO=1.54999999
 YCG=-4.16614906
 Y'CG=-46.0638667
 Y1=28.3693966
 Y'1=53.4276382
 Y2=-166.697774
 Y'2=-411.674171
 ALFA=-.996932224
 TETA=-2.8127416
 TEMPO=1.59999999
 YCG=-8.9191895
 Y'CG=-52.1478827
 Y1=29.7810979
 Y'1=19.5223325
 Y2=-187.796031
 Y'2=-430.148622
 ALFA=-1.147038
 TETA=-3.19803786
 TEMPO=1.64999999
 YCG=-11.6894798
 Y'CG=-58.7404437
 Y1=30.1452218
 Y'1=-7.03788428
 Y2=-209.450012
 Y'2=-432.637401
 ALFA=-1.31738469
 TETA=-3.62202369
 TEMPO=1.69999999
 YCG=-14.7999853
 Y'CG=-65.7310496
 Y1=28.8427355
 Y'1=-47.723759
 Y2=-230.656476
 Y'2=-410.676393
 ALFA=-1.50982396
 TETA=-4.2065336

TEMP0=1.749999999
X00=-18.2360249
Y00=-72.9182976
X1=20.0850942
Y1=-105.669059
X2=-249.947644
Y2=-354.29191
ALFA=-1.72587737
BETA=-4.56435808
TEMP0=1.799999999
X00=-22.0898552
Y00=-79.9752473
X1=17.964025
Y1=-132.208306
X2=-265.04607
Y2=-253.42733
ALFA=-1.96689222
BETA=-5.06520208
TEMP0=1.649999999
X00=-26.323514
Y00=-86.4149008
X1=6.89707083
Y1=-274.512291
X2=-274.423803
Y2=-100.920865
ALFA=-2.231403921
BETA=-5.52342348
TEMP0=1.699999999
X00=-30.7101264
Y00=-91.5686157
X1=-9.59164429
Y1=-372.682238
X2=-274.553846
Y2=103.661365
ALFA=-2.51762954
BETA=-5.92412377

PAUSA EM 5190

NUMERO DE EQUACOES ?

18 (FORÇADA)

(10)

28

TEMPO INICIAL ?

20

TEMPO FINAL ?

23

DE AS CONDICÖES DE CONTORNO DE POSICAO
EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

20

Y(0)=0

20

Y(1)=0

20

Y(2)=0

20

Y(3)=0

20

Y(4)=0

20

Y(5)=0

20

Y(6)=0

20

Y(7)=0

PASSO ADOTADO P/ O TEMPO ?

2.05

PRECISAO ?

2.05

MOLAS ?

222

219.25

AMORTECEDORES ?

240

240

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=-1.48260118E-04

Y'CG=-.0129970136

Y1=.0169112186

Y'1=1.03019908

Y2=.0159413789

Y'2=.993188734

ALFA=-9.43125656E-06

TETA=-8.31690988E-04

TEMPO=.1

YCG=-2.71315707E-03

Y'CG=-.113051061

Y1=.14148845

Y'1=4.33645265

Y2=.141449163

Y'2=4.54284489

ALFA=-1.74386189E-04

TETA=-7.29379869E-03

TEMPO=.15

YCG=-.0147173373

Y'CG=-.113051061

Z=64.3010119
Y'2=694.903794
ALFA=-.192122504
TETA=-1.92363181
TEMPO=.525
YCG=-3.52970876
Y'CG=-33.9177023
Y1=-5.24645098
Y'1=-193.688303
Y2=84.2039611
Y'2=902.327848
ALFA=-.246200451
TETA=-2.42241682
TEMPO=.55
YCG=-4.48163445
Y'CG=-42.5875447
Y1=-10.9671373
Y'1=-266.522099
Y2=109.975841
Y'2=1170.79629
ALFA=-.314344665
TETA=-3.95647618
TEMPO=.574999999
YCG=-5.6790153
Y'CG=-53.6613193
Y1=-19.7074825
Y'1=-355.546099
Y2=146.3902
Y'2=1517.14835
ALFA=-.400481472
TETA=-3.86629886
TEMPO=.579999999
YCG=-7.19073773
Y'CG=-67.873642
Y1=-28.8398257
Y'1=-461.966408
Y2=186.645675
Y'2=1961.55503
ALFA=-.509567149
TETA=-4.90371522
TEMPO=.624999998
YCG=-9.10648194
Y'CG=-86.1589364
Y1=-41.9449909
Y'1=-584.927218
Y2=242.472379
Y'2=2526.75492
ALFA=-.648093899
TETA=-6.23358474
TEMPO=.649999998
YCG=-11.5421727
Y'CG=-109.684861
Y1=-58.2289605
Y'1=-718.62755
Y2=314.178579
Y'2=3235.41512
ALFA=-.824325541
TETA=-7.93427114
TEMPO=.674999998
YCG=-14.6459236
Y'CG=-139.857753
Y1=-77.8365333
Y'1=-846.734407
Y2=405.578797
Y'2=4103.89799
ALFA=-1.04863387
TETA=-10.0000000

YCG=-.411172744
Y1=-.487382879
Y'1=-9.79842926
Y2=-.031953488
Y'2=11.8450513
ALFA=-9.52734984E-04
TETA=-.026757565
TEMPO=.2
YCG=-.0493592566
Y'CG=-1.04330998
Y1=1.14280785
Y'1=16.4731503
Y2=1.41919307
Y'2=24.8266866
ALFA=-3.2192337E-03
TETA=-.0685307578
TEMPO=.25
YCG=-.127278979
Y'CG=-2.17215755
Y1=2.12266018
Y'1=22.3000711
Y2=3.16049717
Y'2=46.7093671
ALFA=-8.0692978E-03
TETA=-.144274672
TEMPO=.3
YCG=-.27813487
Y'CG=-3.99936476
Y1=2.20832404
Y'1=24.025765
Y2=6.32567827
Y'2=82.994634
ALFA=-.0184547916
TETA=-.268678051
TEMPO=.350000001
YCG=-.543294786
Y'CG=-6.80059414
Y1=4.37728853
Y'1=16.7180636
Y2=11.850437
Y'2=143.151147
ALFA=-.0364091839
TETA=-.46333889
TEMPO=.400000001
YCG=-.981230723
Y'CG=-11.0025661
Y1=4.72359701
Y'1=-6.12841468
Y2=21.2976456
Y'2=243.458929
ALFA=-.0664740179
TETA=-.760320381
TEMPO=.450000001
YCG=-1.67843058
Y'CG=-17.3328995
Y1=3.36620196
Y'1=-53.0542136
Y2=37.3079799
Y'2=411.726558
ALFA=-.115024489
TETA=-1.21491483
TEMPO=.5
YCG=-2.77050475
Y'CG=-27.0873623
Y1=-1.16379162
Y'1=-135.14308

NUMERO DE EQUACOES ?

(2ª FORÇADA)

(13)

28

TEMPO INICIAL ?

29

TEMPO FINAL ?

31

DE AS CONDICÕES DE CONTO RNO DE POSICAO
EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

30

$Y(0)=0$

30

$Y(1)=0$

30

$Y(2)=0$

30

$Y(3)=0$

30

$Y(4)=0$

30

$Y(5)=0$

30

$Y(6)=0$

30

$Y(7)=0$

PASSO ADOPTADO P/ O TEMPO ?

3.05

PRECISAO ?

3.05

MOLAS ?

222

219.25

AMORTECEDORES ?

230

240

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=1.48260118E-04

Y'CG=.0107246053

Y1=.0143094927

Y'1=.822061

Y2=.0133280381

Y'2=.784121471

ALFA=9.43125656E-06

TETA=6.77310061E-04

TEMPO=.1

YCG=2.03465279E-03

Y'CG=.0770330492

Y1=.101562381

Y'1=2.79306985

Y2=.0988275616

Y'2=2.8109375

ALFA=1.28233437E-04

TETA=4.84113605E-03

TEMPO=.15

YCG=9.35178602E-03

Y'CG=.004557452

Y1=.299930519
Y'1=5.14542987
Y2=.308687594
Y'2=5.70491784
ALFA=5.86681561E-04
TETA=.0144768893
TEMPO=.2
YCG=.0268698572
Y'CG=.485561351
Y1=.611013158
Y'1=7.20437994
Y2=.679243384
Y'2=9.20157292
ALFA=1.67885388E-03
TETA=.0302078131
TEMPO=.23
YCG=.0594995817
Y'CG=.834869448
Y1=1.007036
Y'1=8.47990816
Y2=1.23583724
Y'2=13.1232306
ALFA=3.70362903E-03
TETA=.051667327
TEMPO=.3
YCG=.111645367
Y'CG=1.23330866
Y1=1.64110399
Y'1=8.69979863
Y2=1.99867642
Y'2=17.3576993
ALFA=6.92507332E-03
TETA=.0776928814
TEMPO=.350000001
YCG=.186854512
Y'CG=1.75379363
Y1=1.85807689
Y'1=7.7967748
Y2=2.9759696
Y'2=21.8551104
ALFA=.0115518936
TETA=.107687189
TEMPO=.400000001
YCG=.287727639
Y'CG=2.28720466
Y1=2.20353339
Y'1=5.86558998
Y2=4.18643708
Y'2=26.6058454
ALFA=.0177333143
TETA=.139907994
TEMPO=.450000001
YCG=.416029376
Y'CG=2.84898683
Y1=2.43077988
Y'1=3.10614539
Y2=5.64123857
Y'2=31.6343491
ALFA=.0255671381
TETA=.173667027
TEMPO=.5
YCG=.572927814
Y'CG=3.4301118
Y1=2.50449903
Y'1=-.234114088

YCG=75.7524237
ALFA=.0301155304
TETA=.208437128
TEMPO=.35
YCG=.759294339
Y'CG=4.02775345
Y1=2.40188793
Y'1=-3.90900181
Y2=9.34666252
Y'2=42.7316979
ALFA=.0464240408
TETA=.24408054
TEMPO=.3
YCG=.97300809
Y'CG=4.54493638
Y1=1.11136404
Y'1=-7.70832784
Y2=11.5338005
Y'2=40.7337007
ALFA=.0595405359
TETA=.260819714
TEMPO=.35
YCG=1.224227
Y'CG=5.2876119
Y1=1.6317217
Y'1=-11.4771947
Y2=14.2497592
Y'2=55.672614
ALFA=.0745317053
TETA=.31917475
TEMPO=.7
YCG=1.50560591
Y'CG=5.97351891
Y1=.956187473
Y'1=-15.1211123
Y2=17.2163986
Y'2=63.0852592
ALFA=.0914962617
TETA=.359889854
TEMPO=.75
YCG=1.82245848
Y'CG=6.71111549
Y1=.122499433
Y'1=-18.6005456
Y2=20.5707412
Y'2=71.2188709
ALFA=.110574119
TETA=.403866416
TEMPO=.8
YCG=2.17787174
Y'CG=7.51877478
Y1=-.891050849
Y'1=-21.9185639
Y2=24.3526552
Y'2=80.2087013
ALFA=.131953243
TETA=.452114187
TEMPO=.849999999
YCG=2.57578914
Y'CG=8.41433796
Y1=-2.06707385
Y'1=-25.1056377
Y2=28.6081548
Y'2=90.1857156
ALFA=.155874101
TETA=.505705770

```

TETA=.565874508
TEMPO=.899999999
YCG=3.02108045
Y'CG=9.41703223
Y1=-3.40007057
Y'1=-28.2045797
Y2=33.3902379
Y'2=101.298492
ALFA=.182634096
TETA=.565874508
TEMPO=.949999999
YCG=3.51961569
Y'CG=10.5476985
Y1=-4.88671469
Y'1=-31.2575725
Y2=38.7877624
Y'2=113.713473
ALFA=.212571163
TETA=.600031309
TEMPO=.999999999
YCG=4.07835624
Y'CG=11.8292345
Y1=-6.5255539
Y'1=-34.2960054
Y2=44.7863939
Y'2=127.612625
ALFA=.246170211
TETA=.71099832
TEMPO=1
YCG=4.07835625
Y'CG=11.8292346
Y1=-6.52555592
Y'1=-34.2960055
Y2=44.786394
Y'2=127.612625
ALFA=.246170211
TETA=.710998321
TEMPO=1
YCG=4.07835626
Y'CG=11.8292346
Y1=-6.52555594
Y'1=-34.2960055
Y2=44.786394
Y'2=127.612625
ALFA=.246170212
TETA=.710998322

```

~~XXXX~~

?SINTAX ERRO
 \$STOP

PAUSA
 JGOTO1010
 NUMERO DE EQUACOES ?
 ?0

?REDIMENSIONAR ERRO EM 1040
 J0

J0

J0

J0

NUMERO DE EQUACOES ?

(3= FORÇADA)

(17)

?8

TEMPO INICIAL ?

?0

TEMPO FINAL ?

?1

DE AS CONDICÖES DE CONITORNO DE POSICAO
EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

?0

Y(0)=0

?0

Y(1)=0

?0

Y(2)=0

?0

Y(3)=0

?0

Y(4)=0

?0

Y(5)=0

?0

Y(6)=0

?0

Y(7)=0

PASSO ADOTADO P/ O TEMPO ?

?1.05

PRECISAO ?

?1.05

MOLAS ?

?22

?19.25

AMORTECEDORES ?

?100

?110

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=1.29636337E-04

Y'CG=7.4811013E-03

Y1=4.1228344E-03

Y'1=.223084858

Y2=3.68352392E-03

Y'2=.245838194

ALFA=8.27279271E-06

TETA=4.65667301E-04

TEMPO=.1

YCG=1.41597986E-03

Y'CG=.0506564779

Y1=.025030017

Y'1=.609669107

Y2=.0295450492

Y'2=.860684774

ALFA=8.83544245E-05

TETA=3.14303905E-03

TEMPO=.15

TCG=.0004207E-03
Y'CG=.14075171
Y1=.0620110303
Y'1=.342656792
Y2=.0963442317
Y'2=1.38555075
ALFA=3.71577731E-04
TETA=8.6603696E-03
TEMPO=.2
YCG=.0163169891
Y'CG=.279946839
Y1=.104175246
Y'1=.776980551
Y2=.225743169
Y'2=3.37051858
ALFA=1.0037075E-03
TETA=.011101703
TEMPO=.25
YCG=.0046210021
Y'CG=.468612622
Y1=.13451872
Y'1=.079551597
Y2=.441746215
Y'2=5.35626389
ALFA=2.13147836E-03
TETA=.0284967285
TEMPO=.3
YCG=.0640295437
Y'CG=.708609732
Y1=.136613876
Y'1=-.349046842
Y2=.770460209
Y'2=7.08774797
ALFA=3.90335929E-03
TETA=.0429284805
TEMPO=.350000001
YCG=.106611543
Y'CG=1.00466764
Y1=.0943856581
Y'1=-1.39186816
Y2=1.24065633
Y'2=11.028261
ALFA=6.47951701E-03
TETA=.0606933253
TEMPO=.400000001
YCG=.165538864
Y'CG=1.36486687
Y1=-7.72347274E-03
Y'1=-2.74542024
Y2=1.88492853
Y'2=14.868556
ALFA=.0100365293
TETA=.0822823345
TEMPO=.450000001
YCG=.244353446
Y'CG=1.80079442
Y1=-.185572354
Y'1=-4.42609697
Y2=2.74121393
Y'2=19.5323714
ALFA=.0147827408
TETA=.108396273
TEMPO=.5
YCG=.347146878
Y'CG=2.3276853
Y1=-.456390433

Y1=-5.47246311
Y2=3.85454635
Y'2=25.1307121
ALFA=.0209664103
TETA=.139953029
TEMPO=.55
YCG=.478949217
Y'CG=2.96470936
Y1=-.839888305
Y'1=-8.94516978
Y2=5.27901481
Y'2=32.0152024
ALFA=.0288874483
TETA=.178104787
TEMPO=.6
YCG=.645837339
Y'CG=3.73547435
Y1=-1.35934225
Y'1=-11.9231329
Y2=7.07993344
Y'2=60.2354422
ALFA=.038909589
TETA=.124238742
TEMPO=.65
YCG=.635174476
Y'CG=4.66877359
Y1=-2.04253989
Y'1=-15.5136786
Y2=9.36650128
Y'2=60.2940703
ALFA=.0514789706
TETA=.120172637
TEMPO=.7
YCG=1.11599351
Y'CG=5.79959117
Y1=-2.92345906
Y'1=-19.8479994
Y2=12.1443988
Y'2=62.4060513
ALFA=.0671236419
TETA=.347917347

PAUSA EM 5190

NUMERO DE EQUACOES ?

73

TEMPO INICIAL ?

70

TEMPO FINAL ?

71

DE AS CONDIC0ES DE CONTORNO DE POSICAO
EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

70

Y(0)=0

70

Y(1)=0

70

Y(2)=0

70

Y(3)=0

70

Y(4)=0

70

Y(5)=0

70

Y(6)=0

70

Y(7)=0

PASSO ADOOTADO P/ O TEMPO ?

7.05

PRECISAO ?

7.05

MOLAS ?

722

722

AMORTECEDORES ?

7100

7110

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=1.29636337E-04

Y'CG=7.48274669E-03

Y1=4.1228344E-03

Y'1=.223084858

Y2=3.68352392E-03

Y'2=.245808224

ALFA=8.27279271E-06

TETA=4.65779187E-04

TEMPO=.1

YCG=1.41616835E-03

Y'CG=.0506640273

Y1=.0250296011

Y'1=.609649897

Y2=.0295420678

Y'2=.860568306

ALFA=8.83670323E-05

TETA=3.14354269E-03

TEMPO=.15

YCG=6.00430787E-03

Y'CG=.14077302
 Y1=.0623083975
 Y'1=.842383513
 Y2=.0963311457
 Y'2=1.68520008
 ALFA=3.71636281E-04
 TETA=3.66177938E-03
 TEMPO=.2
 YCG=.0163193912
 Y'CG=.279986987
 Y1=.104166574
 Y'1=.77830921
 Y2=.225709717
 Y'2=3.37000409
 ALFA=1.00383626E-03
 TETA=.0171125053
 TEMPO=.25
 YCG=.0348263358
 Y'CG=.468574057
 Y1=.134475532
 Y'1=.079289975
 Y2=.441882157
 Y'2=5.3556054
 ALFA=2.13180274E-03
 TETA=.0225007346
 TEMPO=.3
 YCG=.0640381158
 Y'CG=.70867419
 Y1=.123575916
 Y'1=-.239466701
 Y2=.770057293
 Y'2=7.83690603
 ALFA=3.90442009E-03
 TETA=.0429339524

PAUSA EM 5210
 IRUN

PSINTAX ERRO
 IRUN

NUMERO DE EQUACOES ?

28

TEMPO INICIAL ?

20

TEMPO FINAL ?

21

DE AS CONDICÕES DE CONTORNO DE POSICAO
 EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

20

Y(0)=0

20

Y(1)=0

20

Y(2)=0

20

Y(3)=0

20

Y(4)=0

20

Y(5)=0

20

Y(6)=0

20

Y(7)=0

PASSO ADOTADO P/ O TEMPO ?

0.05
 P-0013A0 ?
 0.05
 MOLAS ?
 022
 019
 AMORTECEDORES ?
 0110
 0120

TEMPO=0
 YCG=0
 Y'CG=0
 Y1=0
 Y'1=0
 Y2=0
 Y'2=0
 ALFA=0
 TETA=0
 TEMPO=.05
 YCG=1.42001549E-04
 Y'CG=7.90223703E-03
 Y1=4.01435875E-03
 Y'1=.214696071
 Y2=3.57454392E-03
 Y'2=.247155494
 ALFA=7.25938611E-06
 TETA=4.90110137E-04
 TEMPO=.1
 YCG=1.50578061E-03
 Y'CG=.0535077304
 Y1=.0237010256
 Y'1=.363198494
 Y2=.0293740042
 Y'2=.861026918
 ALFA=9.37862523E-03
 TETA=3.31299557E-03
 TEMPO=.15
 YCG=6.3277782E-03
 Y'CG=.147477259
 Y1=.0569937474
 Y'1=.725371875
 Y2=.0966070961
 Y'2=1.90673504
 ALFA=3.90857098E-04
 TETA=9.05457833E-03
 TEMPO=.2
 YCG=.017101111
 Y'CG=.291863745
 Y1=.0908096473
 Y'1=.57223936
 Y2=.228112159
 Y'2=3.43806835
 ALFA=1.04976484E-03
 TETA=.0178014445
 TEMPO=.25
 YCG=.0363676921
 Y'CG=.487543544
 Y1=.108399717
 Y'1=.0749469728
 Y2=.449223423
 Y'2=5.49803586
 ALFA=2.22162274E-03
 TETA=.0295918512
 TEMPO=.3

YCG=.0667529353
 Y'CG=.737363409
 Y1=.0926795168
 Y'1=-.758770367
 Y2=.78755515
 Y'2=8.13691313
 ALFA=4.06219779E-03
 TETA=.3445958909

PAUSA EM 4920
 IRUN

NUMERO DE EQUACOES ?

?8

TEMPO INICIAL ?

?0

TEMPO FINAL ?

?1

DE AS CONDICÖES DE CONTORNO DE POSICAO
 EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

?0

Y(0)=0

?0

Y(1)=0

?0

Y(2)=0

?0

Y(3)=0

?0

Y(4)=0

?0

Y(5)=0

?0

Y(6)=0

?0

Y(7)=0

PASSO ADOOTADO P/ O TEMPO ?

?05

PRECISAO ?

?05

MOLAS ?

?110

?110

AMORTECEDORES ?

?0

?0

=====

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

PAUSA EM 4900

IRUN

NUMERO DE EQUACOES ?

?8

TEMPO INICIAL ?

?0

TEMPO FINAL ?

?1
DE AS CONDICÖES DE CONTORNO DE POSICAO
EM SELECIDA AS DE VELOCIDADE

?0

Y(0)=0

?0

Y(1)=0

?0

Y(2)=0

?0

Y(3)=0

?0

Y(4)=0

?0

Y(5)=0

?0

Y(6)=0

?0

Y(7)=0

PASSO ALOTTADO P. O TEMPO ?

0.05

PRECISAO ?

0.05

MOLAS ?

022

023

AMORTECEDORES ?

0110

0120

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=1.42001647E-04

Y'CG=7.90463032E-03

Y1=4.01433875E-03

Y'1=.214696071

Y2=3.57454392E-03

Y'2=.247111902

ALFA=9.05938611E-06

TETA=4.9027288E-04

TEMPO=.1

YCG=1.5060299E-03

Y'CG=.0535176895

Y1=.0237003975

Y'1=.563172081

Y2=.0293701463

Y'2=.861174472

ALFA=9.38028873E-05

TETA=3.31365943E-03

PAUSA EM 5210

IRUN

NUMERO DE EQUACOES ?

?8

TEMPO INICIAL ?

?0

TEMPO FINAL ?

(25)

DE AS CONDIÇÕES DE CONTOURNO DE POSIÇÃO
EM SEGUIDA AS DE VELOCIDADE

?0

Y(0)=0

?0

Y(1)=0

?0

Y(2)=0

?0

Y(3)=0

?0

Y(4)=0

?0

Y(5)=0

?0

Y(6)=0

?0

Y(7)=0

PARÂMETRO ADOPTADO P/ O TEMPO ?

?0.05

PRECISÃO ?

?1.05

AMPLAS ?

?0.2

?0.1

AMORTECEDORES ?

?1.00

?1.20

TEMPO=0

YCG=0

Y'CG=0

Y1=0

Y'1=0

Y2=0

Y'2=0

ALFA=0

TETA=0

TEMPO=.05

YCG=1.35619533E-04

Y'CG=7.53894087E-03

Y1=4.1228344E-03

Y'1=.222235242

Y2=3.57454392E-03

Y'2=.245694991

ALFA=8.67965136E-06

TETA=4.69175583E-04

TEMPO=.1

YCG=1.44246627E-03

Y'CG=.0513388078

Y1=.0249634376

Y'1=.607155923

Y2=.0291355546

Y'2=.851098733

ALFA=9.01218125E-05

TETA=3.1881437E-03

TEMPO=.15

YCG=6.07724901E-03

Y'CG=.141904747

Y1=.0620500555

Y'1=.837244185

Y2=.0953032103

Y'2=1.87127393

ALFA=3.734611732-04
 TETA=8.73583895E-03
 TEMPO=.2
 YCG=.0164552323
 Y'CG=.281338482
 Y1=.10358407
 Y'1=.771323016
 Y2=.223974259
 Y'2=3.35639749
 ALFA=1.01278366E-03
 TETA=.017200221
 TEMPO=.25
 YCG=.06500361496
 Y'CG=.470131825
 Y1=.133515701
 Y'1=.370874724
 Y2=.439382657
 Y'2=5.3448731-
 ALFA=2.14524600E-03
 TETA=.0035989621
 TEMPO=.0
 YCG=.0648200715
 Y'CG=.718280867
 Y1=.105170781
 Y'1=-.327938011
 Y2=.767587086
 Y'2=7.87697221
 ALFA=3.92168147E-03
 TETA=.0430234838
 TEMPO=.330300001
 YCG=.105991691
 Y'CG=1.60650907
 Y1=.0724935456
 Y'1=-1.40097596
 Y2=1.23746888
 Y'2=11.0291893
 ALFA=.50399533E-03
 TETA=.0608154201
 TEMPO=.400000001
 YCG=.166043231
 Y'CG=1.36724907
 Y1=-.0100910892
 Y'1=-2.75544532
 Y2=1.89133007
 Y'2=14.8680939
 ALFA=.0100677294
 TETA=.0824310005
 TEMPO=.450000001
 YCG=.244974904
 Y'CG=1.80381541
 Y1=-.188485194
 Y'1=-4.43805398
 Y2=2.73798558
 Y'2=19.5355624
 ALFA=.0148223065
 TETA=.108584421
 TEMPO=.5
 YCG=.347939728
 Y'CG=2.33156459
 Y1=-.459974815
 Y'1=-6.48757807
 Y2=3.35157808
 Y'2=25.1876889
 ALFA=.0210166323
 TETA=.140193928
 TEMPO=.55

YCG=1.47551405
Y'CG=3.11311293
Y1=-1.54413219
Y'1=-8.36467491
Y2=5.27552107
Y'2=32.0270004
ALFA=.0269313055
TETA=-.178413766
TEMPO=.6
YCG=1.647133308
Y'CG=3.74136294
Y1=-1.364901
Y'1=-11.9514052
Y2=7.07320061
Y'2=40.2028734
ALFA=.0361911313
TETA=-.14602155
TEMPO=.65
YCG=1.854532013
Y'CG=4.57192955
Y1=-1.04965616
Y'1=-13.5512309
Y2=9.33578981
Y'2=50.3134902
ALFA=.0513757153
TETA=-.130678899
TEMPO=.7
YCG=1.11311293
Y'CG=3.80991015
Y1=-1.93210559
Y'1=-15.3876237
Y2=12.1401147
Y'2=62.4391131
ALFA=.0672318523
TETA=-.1348553773
TEMPO=.75
YCG=1.44184252
Y'CG=7.19360538
Y1=-4.05336453
Y'1=-25.1147672
Y2=15.6220668
Y'2=77.1010843
ALFA=.0866749901
TETA=-.160869773
TEMPO=.8
YCG=1.8413219
Y'CG=8.34948049
Y1=-5.46141505
Y'1=-31.3971612
Y2=19.9062495
Y'2=94.8199283
ALFA=.110633789
TETA=-.530721398

PAUSA EM 5210

Bibliografia

- 1-) NOTAS DE AULAS DO CURSO DINÂMICA DE SISTEMAS II -
MINISTRADO PELOS PROF. MAIZZA E LISBÔA.
- 2-) G.O. GIACAGLIA - MECÂNICA GERAL.
- 3-) NORDEEN, DONALD L. (GENERAL MOTORS PROVING GROUND).
- 4-) CÁLCULO NUMÉRICO COM CASOS EM FORTRAN - H.S. DORNS.
- 5-) DIFFERENTIAL EQUATIONS - HIRSCH, MORRIS W.